Lycée pilote 15 octobre BIZERTE Classes : $2S_{5+6}$ Durée :2h *Mars 2014*	**Devoir de Synthèse N°2** **Mathématiques**	Profs : Mmes Fatma BAYOUDH. et Hajer GALAÏ

NB : *La rédaction et le soin de la copie seront pris en compte ainsi que toute tentative de recherche même non aboutie. Merci…*

- **Exercice 1 :** (8 points)

Soit CID un triangle rectangle et isocèle en C de sens direct tel que CI=6 .

Soit A le milieu de [ID] et B le projeté orthogonal de A sur (CI).

On note R la rotation directe de centre A d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1/Faire une figure ***claire et soignée***…

2/a) Déterminer R((AD)) et R((AC)) puis R(R(AD)).

b) Déterminer R(D). Déduire R((DC)) .

3/ Soit J le symétrique de C par rapport à A et B' le milieu de [IJ].

a) Montrer que J=R(I).

b) Déduire que R(B)=B'.

c) Déduire la valeur de $DB^2 - 2DB \times CB' + CB'^2$.

4/Soit $\mathcal{C}_1$ le cercle de diamètre [AB] et $\mathcal{C}_2$ celui de diamètre [CD]. Les deux cercles se recoupent en K.

a) Déterminer et construire $\mathcal{C}'_1$ et $\mathcal{C}'_2$ images de $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ par R.

b) Les cercles $\mathcal{C}'_1$ et $\mathcal{C}'_2$ se recoupent en K'.

Quelle est la nature du triangle AKK' ?

c)Que peut-on dire des droites (CK) et (IK') ?

Déduire que les points C,K et K' sont alignés.

d) Que peut-on dire des droites (BK) et (AK') ?

e) Exprimer la distance KK' en fonction de BK.

- **Exercice 2 :** (3 points) VRAI OU FAUX *Justifier votre choix.*

	Vrai	**Faux**
1/Soit la suite U telle que $U_n = 2^n + 4n + 1$ alors la suite V telle que $V_n = U_{n+1} - U_n$ est géométrique.		
2/Pour tout réel x, $(1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^{2013}) = \frac{1-x^{2014}}{1-x}$.		
3/ Si (U_n) est une suite géométrique telle que $U_{12} = 4444$ et $U_{10} = 1111$ alors sa raison vaut q=2.		

- **Exercice 3 :**(9 points) Soit (U_n) la suite telle que :

$$\begin{cases} U_{n+1} = aU_n + bU_{n-1} + c \\ U_0 = 4 \ , \ U_1 = 1 \end{cases}, n \in IN^* \text{ et } a, b \text{ et } c \text{ réels.}$$

A/Dans cette partie on fixe : $\boldsymbol{a = -\frac{1}{2}}$, $\boldsymbol{b = 0}$ ***et*** $\boldsymbol{c = 3}$.

1/a) Calculer U_2.

b) La suite U est-elle arithmétique ? géométrique ?

2/ On définit la suite (V_n) telle que $V_n = U_n - 2$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{1}{2}$.

b) Exprimer V_n *puis* U_n en fonction de n.

c) Calculer la somme S = $U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_9$.

B/Dans cette partie on fixe : $\boldsymbol{a = 2}$, $\boldsymbol{b = -1}$ ***et*** $\boldsymbol{c = 0}$.

Soit $W_n = U_{n+1} - U_n$.

1/a)Calculer $W_n - W_{n-1}$ *pour* $n \in IN^*$

b) Déduire que (W_n) est une suite constante et calculer W_0.

2/a)Déduire que (U_n) est arithmétique de raison - 3.

b) Déterminer trois termes d'indices pairs consécutifs de la suite (U_n) dont la somme est -96.

c) Calculer S=$U_0{}^2 - U_1{}^2 + U_2{}^2 - U_3{}^2 + \cdots + U_{10}{}^2 - U_{11}{}^2$.

Bon